

الگوها و مثال‌ها در آموزش ریاضی

مهرداد کاروان جهرمی

گروه ریاضی دانشگاه خلیج فارس

چکیده

معانی ریاضی حاصل تجرید از روابط متعارف زندگی و یافته‌های بشری در مواجهه با طبیعت هستند (که معمولاً بدان انتزاع نیز می‌گویند). ذهن کم آشنا با چنین فرایندی (در اینجا دانش آموز ابتدائی) معمولاً دارای مهارت کافی در درک آن نیست. استفاده از الگوها و مثال‌ها که کاربرد معنی ریاضی مورد بحث را در یک فرایند آشنا به مبتدی می‌شناسانند، می‌توانند پل ارتباطی مناسبی بین تجربه زندگی و مفاهیم انتزاعی ریاضیات باشند. اما مفید بودن مفهومی است نسبی. در اینجا درعین تشریح فواید الگوها و مثال‌ها به زیانهای نهفته در بکارگیری افراطی و نابجای آن‌ها اشاره می‌شود.

بخش اول: پیشگفتار

آنچه در این نوشتار می‌آید مبتنی بر تجربه طولانی تدریس نگارنده در مقاطع مختلف دانشگاهی از فوق دیپلم تا دکتری و حدود ۴ سال همکاری با خانه ریاضیات بوشهر است.

خود را صاحب دانش در رشته "آموزش ریاضی" نمیدانم، اما اعتقاد بر آن است که شاید تجربه تدریس و تعمق در چگونگی انجام آن، دانسته‌هایی درخور فرا آورده باشد.

این گفتار به چهار بخش تقسیم می‌شود:

در بخش دوم سعی بر آن است که تعریفی از الگو و مثال ارائه شود. شباهت‌ها و تفاوت‌های آن‌ها با هم و در مقایسه با بازی‌ها مشخص شوند.

بخش سوم و اصلی این نوشتار دارای عنوان "رهائی از الگوها و مثال‌ها است". در این بخش به این نکته می‌پردازم که توانائی انجام الگو و دانستن مثالهای مختلف به تنهایی وافی به مقصود، یعنی رسیدن به "معنی" نیست. لذا مدرس بایستی توجه کند بر خلاف انتظاری که از الگوها و مثال‌ها داریم، ماندن (انجماد) دانش آموز در بعضی الگوها و مثال‌ها می‌تواند مانعی برای کسب معنا (که خود معمولاً حاصلی است منتزع از الگوها و مثالها) شود.

بخش دوم: تعریف‌ها، شباهت‌ها و تفاوت‌ها

برای انجام اعمال مختلف فیزیکی (عینی) و ذهنی چنانچه سختی انجام آن محتمل باشد، معمول است که از تمیهداتی برای تسهیل انجام آن استفاده کنیم. بطور مثال سطح شیب دار برای بالا بردن اشیاء سنگین، کاتالیزورها در فرایندهای شیمیایی یا استفاده از مثال‌های تاریخی برای تشریح بهتر مسائل فلسفی، اجتماعی و فرهنگی. درعالم ریاضیات در این راستا از تمهید: بازی، مثال و الگو استفاده می‌شود.

۱-۲. نکته: آنچه در همه تمهیدات گفته شده در بالا قابل مشاهده است خرج زمان و داده (مطلب) بیشتر از آنچه ذات فرایند اصلی می طلبد، برای انجام شدن فرایند مورد نظر است.

۲-۲. تعریف: الگو. به ازای یک معنای ریاضی که در اینجا به عنوان "معنای هدف" از آن یاد می کنیم (مانند: جمع، ضرب، مساحت، حد و ...). یک الگو عبارت است از عمل یا مجموعه ای از اعمال که در انجام آن معنای هدف دارای نقش واضح و اصلی است. الگو معمولاً برگرفته از دانش عرفی می باشد. دانش آموز انجام دهنده آن است و قابلیت تکرار دارد.

مثال. مثال کالبدی برای نشان دادن کاربرد معنای هدف در موردی مشخص است و معمولاً از دانسته های قبلی و یا طبیعی دانش آموز استفاده می کند.

بازی. بازیها برای یادگیری و فهم غیر مستقیم بکار گرفته می شوند و مجموعه اعمالی هستند که ذهن را برای پذیرش معنای هدف آماده می کنند بدون آنکه اشاره مستقیمی به آن داشته باشند. بازیها فرصتی هستند برای یادگیری که در آن ترس (از انجام ندادن صحیح عملی که اولیا بر آن حساسند) و اجبار جای خود را به شوق و اختیار می دهد.

۳-۲. شباهت ها و تفاوت ها: هر سه تمهید بازی، الگو و مثال چنانکه گفته شد تسهیل کننده درک معنای هدف هستند.

در بازی ها و الگوها دانش آموز انجام دهنده فعل است، اما در مثال چنین نیست، بلکه نظاره گر معنا در کالبد مثال است. در الگو و مثال بطور مستقیم و واضح معنای هدف حضور دارد در صورتی که بازیها چنین نیستند و معمولاً به طور غیر مستقیم به معنای هدف در آنها اشاره می شود. ارتباط بین معنای هدف و نتایج در الگو دوسویه است. یعنی هر دو در تقویت یکدیگر تأثیر گذارند. به مثال زیرین توجه کنید:

۴-۲. مثال (نسبت فواصل): در یک جامعه خالی از دانش ریاضی تصور نسبت به اختلاف فواصل مخدوش است. بطور مثال ممکن است یک فرد نتواند حتی به طور تقریب برآوردی از نسبت فاصله خانه خود تا دو مکان مختلف، داشته باشد و حداکثر بتواند بیان کند که یکی از دیگری بیشتر است. در همین الگوی مورد اشاره اگر معنای ریاضی نسبت اعداد در ذهن فرد برای تعیین فواصل بنشیند، آنگاه فاصله به جای یک درک "خام" که با دوری و نزدیکی بیان می شود، می تواند به طور دقیق بر حسب اعداد (در مقیاس مشخص) بیان شود. از یک طرف فاصله دارای "دقت" می شود و از طرف دیگر نسبت و بزرگی اعداد در ذهن فرد تمرین شده، جای می گیرد.

بخش سوم: رهایی از الگوها و مثال ها:

اگر پرسیده شود که ریاضیات را برای چه می خواهیم، شاید جواب تا حدودی قانع کننده آن باشد که ریاضیات را برای:

(الف) سنجش دقیق رویدادها و کیفیت های اشیاء می خواهیم.

(ب) بهینه سازی فرایندهای اقتصادی-تولیدی می خواهیم.

(پ) یافتن پاسخ های خوب در مسائل روزمره و علمی می خواهیم.

(ت) دستیابی به تکنولوژی و تکنیک های مدرن می خواهیم.

۳-۱ نکته: در همه مواردی که از "حکمی ریاضی" استفاده می کنیم بایستی اطمینان داشته باشیم که بکارگیری آن، اگر به درستی انجام پذیرفته باشد، منجر به نتیجه ای "خدشه ناپذیر" می شود. همچنین مایلیم بدانیم دامنه پذیرش یک حکم تا کجاست.

در بند الف فوق عنصر کلیدی "دقت" است. این دقت می تواند دقت منطقی در استفاده از اصول و احکام ریاضی و یا صرف محاسبات برآمده از تعاریف باشد. در بندهای ب تا ث، خواسته: حل مسئله، مدل سازی و در نهایت ساختن دستگاهی جدید بر اساس اصول مستقل (مانند: هندسه های ناقلیدسی و دستگاه های اصولی نظریه مجموعه ها) است. نکته ۳-۱ را تنها با تکیه بر اثبات احکام (یا یافتن مثال نقض برای آنها) می توانیم پاسخ گو باشیم. همه خواسته های فوق: دقت، حل مسئله، اثبات و... همگی از اهداف نهائی و اصلی ریاضیات هستند.

بازیها، الگوها و مثالها می توانند یاریگر ما برای ایجاد توانائی دستیابی به اهداف نهائی باشند. اما اهداف گفته شده هیچکدام لزوماً بازی، الگو و یا مثال نیستند. اگر فرض کنیم که فرد بتواند مثالها را بفهمد الگوها را بخوبی پیاده کند، باز برای رسیدن به اهداف نیازمند دانش و ممارست مستقل است.

به مثال زیرین از همکار خوب خانه ریاضی بوشهر، خانم دکتر غریبی (ایشان مجموعه ای مشتمل بر نزدیک به صد مسئله ریاضی را برای رصد میزان توانائی ریاضی دانش آموزان پایه های دوم و سوم فراهم آورده است)، توجه کنید:

۳-۲. مثال (تعداد قفسه ها و تعداد پیراهن ها).

در کلاسی متشکل از دانش آموزان کلاس دوم که همگی بر اساس برآورد معمول مدارس خود از دانش آموزان خوب محسوب می شدند، این مسئله مطرح شد: "در ۳ گنجه اتاق خواب کودکی به ترتیب ۸، ۵ و ۴ پیراهن قرار دارد. در این گنجه چند پیراهن وجود دارد؟"

جواب متفق دانش آموزان!: $3 + 8 + 5 + 4 = 20$

چه چیزی در مثال ۳-۲ اتفاق افتاده؟ ۳-۳. سؤال:

دانش آموزان در صورت مسئله تنها اعداد را دیده اند و عمل (مکانیکی) جمع را بر سر آنها آورده اند. برای یک دانش آموز این ممکن است بر اثر تعجیل باشد، آنهم اگر در جلسه امتحان باشد. اما اینکه همگی در شرایط عادی کلاس که مربی با طمئینه مسئله را برای دانش آموزان توضیح داده چنین کرده اند، ما را به سؤال بعدی می رساند:

۳-۴. سؤال: چه چیزی در اینجا بد عمل می کند؟

برای اولین بار در اولین سال تدریس در دانشگاه آزاد جهرم در تدریس درس آمار و احتمال مقدماتی، برای تمرین موضوع فضای نمونه و پیشامد تصادفی چند مثال گونه گون ارائه کردم. اما بسیاری از تشخیص فضای نمونه و پیشامد تصادفی مورد نظر در مثال های جدید و می ماندند. در کمال شگفتی متوجه موضوعی شدم: آنها با مثال های مختلف برای مبحث یکسان فضای نمونه همچون دروس مختلف برخوردار می کردند که بایستی جداگانه بفهمند (در واقع تنها به خاطر بسیارند)! اساساً حاضر به بازکردن جایگاهی در ذهن خود برای "فضای نمونه" نبودند. تجربه ای ناخوشایند که نمونه های آن را در سال های بعد بارها مشاهده کردم، مثلاً در دوره های کارشناسی ارشد ریاضی محض دانشگاه خلیج فارس یعنی جایی که اساس و بنیان آن باید بر درک مجردات باشد.

منشاء این گونه "واپس زنی معنا"، رفتارهای است که زیر بخش بعدی به آن اختصاص دارد.

۳-۵. نکته : تکرار مکانیکی یک الگو (انجماد) و ساختن مثالهای "شاهد"

انجام دقیق اعمال خواسته شده در الگویی خاص برای یک معنای هدف، اگر چه به خودی خود دارای ارزش است، اما متضمن به کارگیری درست و به جای معنا در مواجهه فرد با موقعیتی جدید نیست.

انجام موفق یک الگو می تواند حاصل درک محدودی از یک معنای ریاضی به اضافه مهارتی خاص باشد. اگر چه یک برنامه نویس موفق کامپیوتر بایستی تا حدی با چگونگی کارکرد کامپیوتر آگاه باشد، اما یک تعمیر کار حرفه ای کامپیوتر لزوماً برنامه نویس مبتجری نیست. حتی شاید از نوشتن یک برنامه ساده کامپیوتری ناتوان باشد. بایستی به انجام الگوها و فهم مثالها به چشم وسیله نگاه کنیم و نه بیشتر (وسيله ای که به جای خویشتن معمولاً مفید است). متوقف شدن در الگو و مثال می تواند فریبی شیرین برای فرار از زحمت "درک" باشد. همت اصلی باید در تلاش برای فهم درست معنی باشد و تمرین بکارگیری آن در افق های تازه، حل مسئله، اثبات و ...

اشکال اصلی اما از پدیده ای است که من آنرا "مثال های شاهد" می نامم. در این تکنیک مخرب قرار است که بدون نیاز به وارد شدن به فهم مسئله و حتی شاید خواندن دقیق صورت مسئله، از روی بعضی نشانه ها (شواهد) موفق به حل آن یعنی در واقع "خلاص شدن از شر" آن شد! این دقیقاً کاری است که دانش آموزان مثال ۲-۳ انجام داده اند و همان ترفندی است که "مربیان کنکوری ما" بکار می بندند. کسی در گوشه ای از جهان هستی، که می توانست هر یک از ما آموزگاران ریاضی باشد، برای اولین بار از تابع جزء صحیح به خاطر سکون آن در بین دو عدد صحیح و جهش های ناگهانی استفاده و مسئله ای برای سنجش و ارتقاء فهم دانش آموز از معنی حد طرح کرده است. دیگران از جمله طراحان کنکور آن را محملی برای طرح "سئوالات نکته ای" یافته اند. در نهایت سازندگان مثال های شاهد وارد گود شده تا سیاهه ای از فرمول های یافتن جواب "بدون حل" را به خواستاران عرضه کنند، مثنی تکنیک های بی ربط به معنای حد. قربانی در این میان "حد" است و بس.

۳-۶. سؤال : آیا دانستن سیاهه ای از مثالها و تسلط بر الگوها شرط لازم فهم معنی است؟

چنانکه آمد الگوها و مثالها تسهیل کنندگان "درک" برای "ما" هستند و شاید کمکی به دانستن چگونگی پیدایش انتزاع معنای هدف. و این برای تقریباً "همه ما" صادق است. اما همه انسانها در نوع خود یگانه هستند و به همین دلیل یگانه در واکنش نسبت به پدیده ها نیز می توانند باشند. آنچه برای یکی تسهیل کننده فهم معناست برای دیگری ممکن است بی تاثیر و حتی گیج کننده باشد. به تعبیر الوین تافلر اندیشمند قرن بیستم: جهان امروز جهان استثنائات است (دوران توهم تولید انبوه به سر رسیده است).

روش تعلیم سنتی مبتنی بر "رشد پلکانی" است، در صورتیکه به تجربه، منصفه ظهور بسیاری از نوابغ و مخترعین در خارج این چارچوب سنتی است. اصرار کردن یگانگی مسیر تعلیم حتی اگر تاکید شده از طرف مولفین کتب درسی باشد می تواند سوزاننده نبوغ باشد. ذهن در ذات خویش توانا ئی جهش دارد. هستی حاصل جهش است.